

Primljen / Received: 22.9.2020.

Ispravljen / Corrected: 8.9.2021.

Prihvaćen / Accepted: 11.4.2022.

Dostupno online / Available online: 10.5.2023.

# Inovativna metoda za krivulje inkrementalne dinamičke analize djelomično izoliranih mostova

## Autori:



Doc.dr.sc. **Hamid Ganjehei**, dipl.ing.građ.  
Islamsko sveučilište Azad, Teheran, Iran  
Zavod za građevinarstvo, znanost i istraživanje  
[h.ganjehei@srbiau.ac.ir](mailto:h.ganjehei@srbiau.ac.ir)



Doc.dr.sc. **Panam Zarfam**, dipl.ing.građ.  
Islamsko sveučilište Azad, Teheran, Iran  
Zavod za građevinarstvo, znanost i istraživanje  
[zarfam@srbiau.ac.ir](mailto:zarfam@srbiau.ac.ir)

Autor za korespondenciju



Prof.dr.sc. **Mohsen Ghafory-Ashtiany**, dipl.ing.građ.  
Međunarodni institut za potresno inženjerstvo  
i seizmologiju, Teheran, Iran  
[ashtiany@iiees.ac.ir](mailto:ashtiany@iiees.ac.ir)

Izvorni znanstveni rad

**Hamid Ganjehei, Panam Zarfam, Mohsen Ghafory-Ashtiany**

## Inovativna metoda za krivulje inkrementalne dinamičke analize djelomično izoliranih mostova

U radu se predlaže inovativna metoda za određivanje krivulje koja prikazuje približnu inkrementalnu dinamičku analizu djelomično izoliranih mostova uključujući izvod statističkih matematičkih izraza. U konačnici, inovativna je metoda osmišljena na temelju vrijednosti primarne tangencijalne krutosti i granične tangencijalne krutosti djelomično izoliranih mostova. U ovom istraživanju su odabrana dva armiranobetonska mosta autoceste u Sjedinjenim Američkim Državama koji su optimizirani primjenom gumenih ležajeva s olovnom jezgrom. Prikazani postupak može se primijeniti u budućim istraživanjima kako bi se izdvojili probabilistički odzivi djelomično izoliranih mostova uz pomoć jednostavne i učinkovite metode.

### Ključne riječi:

djelomično izolirani most, seizmička ocjena, modalna inkrementalna dinamička analiza, inkrementalna dinamička analiza

Original research paper

**Hamid Ganjehei, Panam Zarfam, Mohsen Ghafory-Ashtiany**

## Innovative method for incremental dynamic analysis curves in semi-isolated bridges

This paper proposes an innovative method for determining the approximate incremental dynamic analysis curves of semi-isolated bridges, including the derivation of statistical mathematical formulas. Ultimately, an innovative method is devised based on the primary and limit state tangential stiffness values of semi-isolated bridges. The bridges selected for this study are two reinforced concrete highway bridges in the United States, which have been optimally re-designed using lead rubber bearing isolators. The established procedure can be used in future studies to extract the probabilistic responses of semi-isolated bridges via a simplified and efficient method.

### Key words:

semi-isolated bridge, seismic evaluation, modal incremental dynamic analysis, incremental dynamic analysis

## 1. Uvod

Mostovi su ključne građevine čije se nesmetano djelovanje treba osigurati čak i nakon nepogoda poput potresa. Trenutačno je u praksi projektiranja mostova široko rasprostranjena primjena uređaja za seizmičku izolaciju kad je u pitanju obnavljanje postojećih mostova ili u slučaju projektiranja novih mostova koji su seizmički optimizirani. Izoliranje mostova uključuje izolatore koji su smješteni ispod stupova, ili alternativno, iznad stupova. Drugi pristup dobiva širu pozornost zahvaljujući relativno niskim zahtjevima gravitacije koji su zadani na uređajima za izoliranje, a što rezultira ekonomičnošću projekta. Elastično ponašanje sustava događa se iznad linije izolacije kao posljedica otpuštanja posmika u tzv. djelomično izoliranom mostu, dok se potkonstrukcija podvrgava znatnoj nelinearnosti [1]. Gumeni ležaj mosta sa središnjom olovnom jezgrom (LRB) jedan je od najučestalijih uređaja seizmičke izolacije. Ti su uređaji visokoučinkoviti zbog velike duktilnosti olovne jezgre te kapaciteta upijanja energije koji omogućava gumeni materijal. S obzirom na široku primjenu djelomično izoliranih mostova, seizmička ocjena tih mostova predmet je brojnih istraživanja u zadnje vrijeme.

Poznata metoda seizmičke analize koja točno može objasniti nesigurnosti vezane uz gibanja tla jest inkrementalna dinamička analiza (engl. *incremental dynamic analysis* - IDA) (Vamvatsikos and Cornell, 2002). Tom metodom izvodi se odnos između seizmičkog intenziteta i konstrukcijskih zahtjeva te se prikazuje "IDA krivuljama" [2]. Brojna istraživanja fokusiraju se na IDA krivulje kada su u pitanju konstrukcije mosta, na seizmičke zone te uvjete lokacije [3-5]. Ta istraživanja koriste IDA rezultate kako bi uočili intenzitete gibanja tla pod kojima dolazi do urušavanja mostova [6].

Unatoč točnosti i dostatnosti IDA metode, ona je skup numerički postupak koji zahtijeva značajnu količinu vremena i računalne snage. Kako bi se nadvladali problemi troškova IDA postupka, znanstvenici predlažu načine kojim bi se približili IDA krivuljama kroz metode pojednostavnjivanja koje su predložene za određeni razred konstrukcija. Neke od tih metoda oslanjaju se na analize koje su izvedene na konstrukcijama ekvivalentnog modela s jednim stupnjem slobode (engl. *single degree of freedom* - SDF). Te metode jednako tako predstavljaju konstrukcije modela s više stupnjeva slobode (engl. *multi degrees of freedom* - MDF) koji se temelje na svojstvima njihovoga glavnog vibracijskog moda [7-9]. Jedan od najranijih primjeraka takvih metoda pojednostavnjivanja je modalna pushover analiza (engl. *modal pushover analysis* - MPA), odnosno metoda postupnog guranja konstrukcije koju predlažu Chopra i Goel [10], a koja aproksimira odnos intenziteta i potrebe pretvarajući konstrukcije u istovjetne SDF sustave koji se temelje na njihovim modalnim svojstvima. Fragiadakis i Vamvatsikos [11] su postavili prostornu krivulju na krivulju postupnog guranja na MDF konstrukciji u normaliziranom prostoru sile i duktilnosti. Oni su tada koristili velik broj IDA rezultata kako bi omogućili preslikavanje između idealizirane krivulje postupnog guranja i IDA postotaka te su implementirali numerički postupak u računalni program po imenu SPO2IDA.

Han i Lee [12] su koristili MPA kako bi izvukli normalizirane vrijednosti popuštanja i granične čvrstoće MDF sustava. Oni su dali formule za modificiranje tih parametara prema srednjem neelastičnom, a omjeri čvrstoće i urušavanja dobili su se uz pomoć precizne IDA krivulje čelične okvirne konstrukcije.

Zarfam i Mofid primijenili su koncept MPA te uveli modalnu IDA analizu (MIDA) [13, 14]. MIDA počinje izvedbom MPA na MDF konstrukciji i stvaranjem modalne krivulje sila-deformacija koja se temelji na tome koji se SDF prikaz MDF konstrukcije određuje. Razvijeni ekvivalentni SDF sustavi zatim se podvrgavaju zasebnim IDA krivuljama. Kao što je niže detaljno opisano, ovo istraživanje bavi se jednako tako primjenom MIDA metode u seizmičkoj ocjeni djelomično izoliranih mostova.

Drugi znanstvenici izračunali su maksimalni posmik i zahtjeve duktilnosti konstrukcije MDF zgrade primjenom ekvivalentnog SDF sustava [15-17].

Chomchuen i Boonyapinyo [18] prikazali su most s jednim stupom s ekvivalentnim SDF sustavom te dobili njegovu srednju IDA krivulju koja je rezultat djelovanja triju umjetnih potresa nastalih na temelju gibanja tla na Tajlandu. Tvrdili su da izvođenje IDA krivulje na ekvivalentnom SDF sustavu zamjenjuje IDA krivulju na izvornoj konstrukciji, pri čemu se smanjuje računalno vrijeme i troškovi.

U skladu s prethodnim istraživanjima, a u odnosu na važnost djelomično izoliranih mostova za autoceste, cilj je ovog istraživanja omogućiti inovativnu metodologiju za učinkovite probabilističke seizmičke ocjene tih konstrukcija. U tu svrhu, MIDA metoda prilagođava se za primjenu na armiranobetonskim mostovima za autoceste koji su se prije izgradili u Sjedinjenim Američkim Državama. Most se optimalno ponovno projektirao primjenom LRB izolatora u prethodnom istraživanju autora [19]. Izvođenje MIDA krivulje uključuje izgradnju SDF prikaza poluovješanih mostova koji se temelje na točnom nelinearnom modelu. U prethodnim istraživanjima nije se stvorio SDF prikaz djelomično izoliranih mostova. Prema tome, dobiveni detalji i rezultati mogu pomoći drugim znanstvenim istraživanjima koja su vezana uz ovaj razred konstrukcija. Usporedba točnih IDA rezultata s približnim MIDA rezultatima smatra se sredstvom podešavanja MIDA postupka, a njime se dobiva multisegmentni postupak određivanja IDA krivulja. Osobito zato što se MIDA još nije koristila za djelomično izolirane mostove.

## 2. Metoda modalne inkrementalne dinamičke analize (MIDA)

U modalnoj analizi konstrukcije dobiva se efektivna sila potresa u modu  $j$  i to iz Rayleighovog prigušenja kao što prikazuje izraz (1), prema [13].

$$P_{j,eff} = -\{\varphi_j\}^T [M][r]\{EQ(t)\} \quad (1)$$

gdje je,  $\varphi_j$  vektor modalnog oblika u modu  $j$ . Kako bi se sile potresa raspodijelile, vektor se određuje kao umnožak mase i matrice udara. Za mod  $j$ , vektor  $s$  se zove  $s_j$  i računa se uz pomoć izraza (2):

$$s_j = \gamma_j [M] \{\varphi_j\} \quad (2)$$

gdje je  $\gamma_j$  koeficijent raspodjele mase u modu  $j$ . Zamjenom  $s_j$  iz izraza (2) u izraz (1), efektivna sila u modu  $j$  može se izračunati iz izraza (3)

$$P_{j,eff} = -s_j [EQ(t)] \quad (3)$$

MIDA proces počinje izdvajanjem oblika moda  $\varphi_j$  te računanjem da je  $s_j = [M]\varphi_j$  vektora prema izrazu (2). Razni  $s_j$  vektori tada se koriste kao setovi modalnog opterećenja kojima je konstrukcija izložena nelinearnoj MPA. Odabire se prikladni parametar koji se zove parametar inženjerske potražnje (engl. *engineering demand parameter* – EDP) kako bi predstavio odziv sustava tijekom tih analiza. U slučaju mostova koji se ovdje proučavaju, bočni pomak rasponske konstrukcije uzima se u obzir kao EDP i iscrta se u odnosu na poprečnu silu dna. Zatim se dobivena krivulja modalnog postupnog guranja konstrukcije idealizira primjenom krivulje u prostoru tako što se podudaraju područja ispod stvarne i idealizirane krivulje. Idealizirana krivulja sila-pomak tada se koristi kao odziv konstrukcije na mod  $j$ . SDF sustav s dobivenom krivuljom kojoj se pripisuje histerezo ponašanje sile-pomaka zove se ekvivalentni modalni SDF (EMSDF) sustav. Masa koja se pripisuje EMSDF-u je modalna masa u modu  $j$ , a računa se primjenom  $\{\varphi_j\}^T [M] \{\varphi_j\}$ . Vrijednost modalnog prigušenja iznosi 5 % za svaki EMSDF sustav [13].

Nakon što su određeni svi EMSDF sustavi, odabire se niz zapisa kretanja tla. IDA se izvodi na svakom sustavu skaliranjem zapisa na različitim razinama intenziteta. Kako bi se skalirali zapisi, njihovi su intenziteti izraženi u smislu prikladno odabrane mjere intenziteta (IM). IM-EDP podaci dobiveni uz pomoć IDA-e iscrtni su jedan nasuprot drugom, a krivulja koja nastaje kao rezultat toga zove se IDA krivulja. Scenarij detekcije urušavanja određuje se kako bi se utvrdila vrijednost najvećeg intenziteta kojem bi EMSDF sustav trebao biti izložen. Odziv EMSDF sustava nadgleda se na svakoj razini intenziteta, a skaliranje se zaustavlja kad se detektira urušavanje slijedeći trenutni scenarij. Izdvaja se sredina IDA krivulje dobivene primjenom različitih zapisa i označava se kao sredina IDA krivulje.

Nakon derivacije sredine IDA (IM-EDP) krivulja za različite EMSDF sustave, te se krivulje kombiniraju primjenom predloženih metoda kako bi se postigla maksimalna blizina između kombinirane krivulje i precizne sredine IDA krivulje dobivene iz MDF konstrukcije. Kombinacija metoda predloženih u ovom istraživanju uključuje linearnu kombinaciju primjenom  $\gamma_j \varphi_j$  faktora i metode kvadratnog korijena zbroja kvadrata (engl. *square root of sum of the squares* – SRSS) u slučaju rezultata faktoriziranih uz pomoć  $\gamma_j \varphi_j$ . Jednom kad se potvrdi predložena metoda kombiniranja za konstrukcijski sustav, može se koristiti za pojednostavlivanje IDA procesa. U nastavku su prikazani daljnji detalji koji se tiču procesa implementacije koji se koristi u ovom istraživanju.

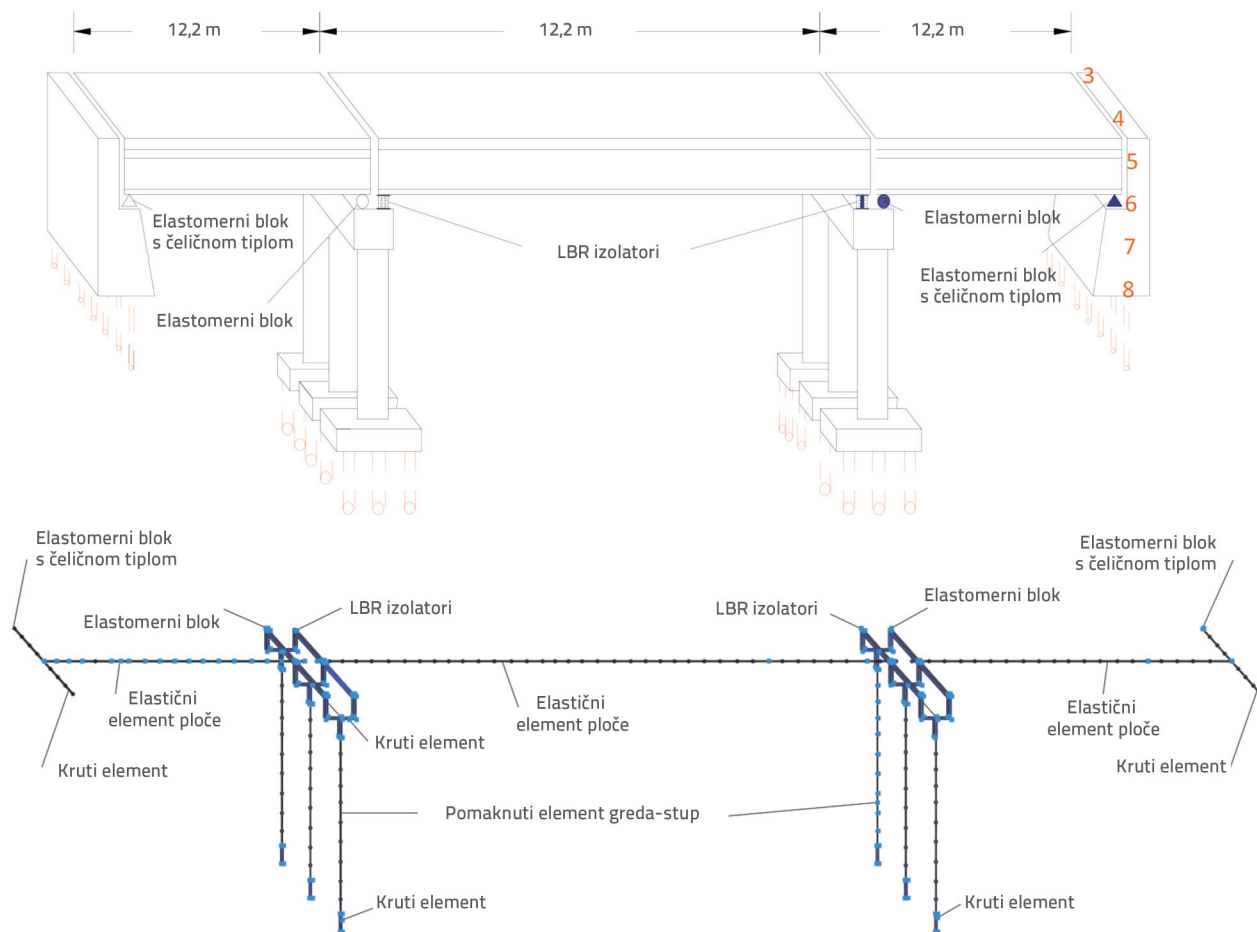
### 3. Modeliranje proučavanih mostova

Mostovi koji se proučavaju ovdje varijacije su višerasponskih mostova za autoceste izgrađenih preko rijeke Pilchuck u Snohomishu, Washington, SAD. Most podupiru upornjaci na dvama krajevima te ležajne grede s više stupova u sredini. Taj se most prethodno proučavao (npr. [20, 21]) te su ga znanstvenici optimalno projektirali tako što su koristili LRB izolatore. LRB izolatori samo su postavljeni na vrhu stupova srednjeg raspona kako bi izolirali prednapete nosače rasponskog sklopa. Neoprenske elastomerne ploče koriste se na upornjacima (umjesto izolatora) kako bi poduprle rasponski sklop. Geometrija izvorne varijante mosta prikazana je na slici 1. i to sa stupom visine 4,6 m. Kako bi se procijenili učinci visine stupa i perioda vibriranja na dobivene rezultate, u obzir se uzima dodatna varijanta čija visina stupa iznosi 9,6 m. Preliminarni most (prije optimizacije i izolacije) koji se proučava u ovom istraživanju najčešća je vrsta mosta izgrađenog diljem Sjedinjenih Američkih Država prema Nacionalnom popisu mostova i to s 30.923 mosta (18,9 % od ukupnog broja).

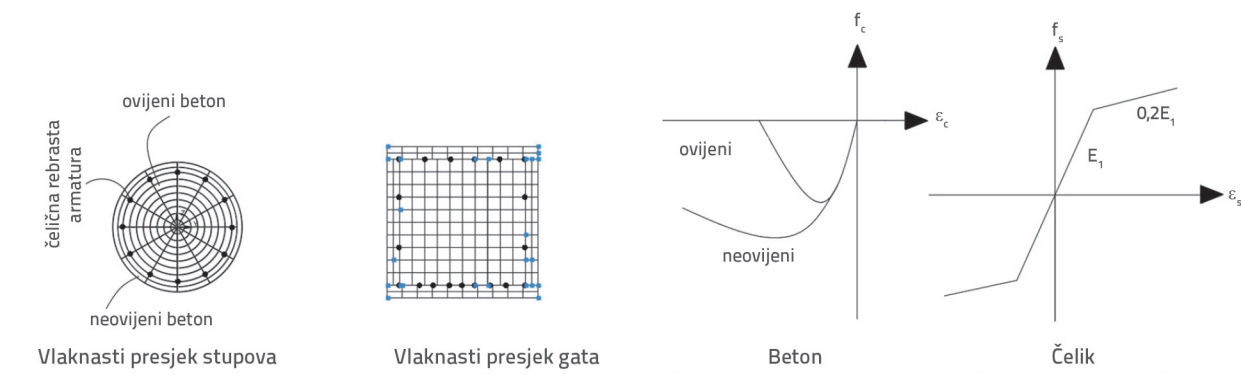
Temeljna svojstva materijala korištenih u mostovima su: modul posmika u slučaju jednostavno oslonjenog ležaja (G) koji iznosi 1 MPa, granica popuštanja čelika ( $F_{ys}$ ) koje iznosi 240 MPa, granica popuštanja armature ( $F_y$ ) koje iznosi 414 MPa, modul elastičnosti čelika ( $E_s$ ) koji iznosi  $2 \times 10^5$  MPa, karakteristična čvrstoća betona ( $f_c$ ) koja iznosi 28 MPa, te modul elastičnosti betona ( $E_c$ ) koji iznosi 25267 MPa. Ostale pojedinosti koji se tiču karakteristika mosta mogu se naći u radovima [20, 21], a ovdje će biti navedeni samoopći detalji. U modelu OpenSees beton oznake O1 koristi se za neovijeni beton, a beton oznake O2 za ovijeni beton. Armaturni čelik upotrebljava se u modeliranju armature, a konačni elementi koji čine kružni presjek u modeliranju stupova. Prethodna istraživanja pokazuju da se u modeliranju ležajnih greda koriste kvadratni i ravni konačni elementi [20, 21]. Rasponska konstrukcija, upornjaci i krute veze modeliraju se pomoću elastičnih štapnih elemenata. Translacijska i rotacijska krutost kraja potpornog stupa modeliraju se uz pomoć elastičnog štapnog elementa. Tlo i piloti ispod stupova te ispod upornjaka modeliraju se uz pomoć paralelnih histereznih materijala. Paralelni histerezni materijal jednako tako služi za elastomerne ležajeve i trnove. Histerezni materijal koristi se za LBR ležajeve i elemente za posmik. Udarni elementi na ploči modeliraju se uz pomoć udarnog materijala. S obzirom na važnost poprečnog presjeka stupa i ležajne grede u ovom istraživanju, detalji su prikazani na slici 2.

Degradacije čvrstoće uzimaju se u obzir u EMSDF modelima (neki su elementi gore spomenuti). Zapravo, u ovom se istraživanju koristi model s tri linije kao što je prikazano na slici 3.

Kao i u prethodnim istraživanjima [20, 21], upornjak koji se koristi za ovaj most je naglavna greda oslonjena na pilotima. Pretpostavlja se da upornjak ovog tipa mosta koristi visinu stražnjeg zida u iznosu od 2,4 m u kombinaciji s 10 pilota. Pretpostavlja se da piloti upornjaka funkcioniraju tako da su izloženi aktivnom i pasivnom tlaku tla. U ovom istraživanju



Slika 1. Modeliranje djelomično izoliranog mosta na temelju istraživanja



Slika 2. Modeliranje poprečnog presjeka stupa i gata

prihvaća se preporuka Caltrana, odnosno 7 kN po pilotu krajnje čvrstoće od 119 N po pilotu (Caltrans, 1990). Ponašanje pilota ipak se ne odnosi linearno na krajnju čvrstoću. Početna se krutost smanjuje popuštanjem površine tla. Potvrdile su se vrijednosti longitudinalnih, transversalnih i torzijskih modova mosta bez izolacije i to na temelju perioda referentnog modela [1]. Modalna analiza modela rezultirala je prvim periodom vibriranja koje iznosi 0.62 s, odnosno drugim periodom vibriranja koje iznosi 0.42 s. Te

su vrijednosti usklađene s modalnim rezultatima dobivenim u prethodnom istraživanju [20, 21] te se može smatrati da je potvrđen model koji je nastao u ovom istraživanju. Projekt mosta koji koristi LRB izolatore dan je u [21] slijedeći granične vrijednosti specifikacija Američke udruge državnih cesta i prijevoznih službenika (AASHTO-1998) [22] te pretpostavljajući tlo tipa D i vrijednosti vršnog ubrzanja tla koje iznosi 0,35 g,  $S_5$  koja iznosi 0.7899 i  $S_1$  koja iznosi 0,2664. Osim seizmičkih lateralnih opterećenja,

Tablica 1. Optimalne projektne dimenzije gumenih ležaja s olovnom jezgrom (LRB-ovi)

$D_c$ [mm]	Sredina raspona LRB-ova					$h_c$ [m]	
	$K_{eff}$ [kN/mm]	$K_u$ [kN/mm]	$Q_d$ [kN]	$dL$ [mm]	$n_r$		$d$ [mm]
900	2,94	20,06	70,1	105	6	350	<b>4,60</b>
1000	2,30	17,72	48,68	87,5	7	350	<b>9,60</b>

Tablica 2. Detalji histereznog modela LRB-ova

$h_c$ [m]	Sila [N]		Pomak [m]		
	$F_1$	$F_2$	$D_1$	$D_2$	$D_3$
<b>4,60</b>	$7,7931 \cdot 10^3$	22030,5	0,0038841	0,07484	0,15
<b>9,60</b>	$5,4119 \cdot 10^4$	213554	0,00305	0,09304	0,15

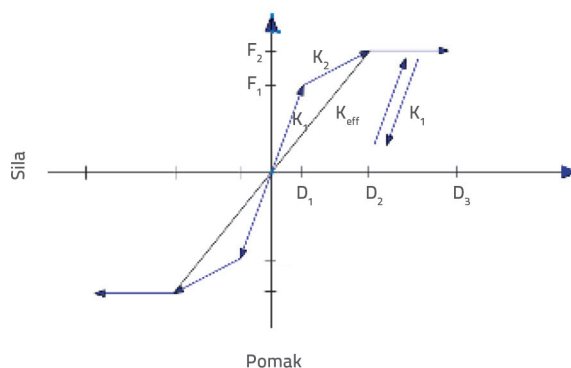
u procesu proračuna uzeta su u obzir stalna opterećenja, temperaturna opterećenja, opterećenja izazvana vozilima, opterećenja skupljanja i opterećenja kočenja te su se kombinirala u skladu sa AASHTO specifikacijama. Stupovi su dimenzionirani na temelju normi 318-14 Američkog instituta za beton [23]. Kako izolacijski sustav nije utjecao na dimenzioniranje vertikalnog nosivog sustava na gravitacijsko opterećenje (savijeni nosač, prednapeta ploča i upornjaci), iz projekata prethodnih istraživanja uzeti su odgovarajući detalji [20]. U usporedbi s izvornim mostom, smještanje LRB-a na sredini raspona rezultira povećanjem perioda vibriranja i konstrukcijskog prigušenja, što oboje ima za posljedicu smanjenje koeficijenta seizmičke sile. Drugi je važni utjecaj LRB-a smanjenje razine neelastičnosti kojoj je izložen izolirani most.

Tablica 1. prikazuje optimalne projektne dimenzije LRB-a. U toj tablici,  $d$  označava ukupni dijamaetar,  $n_r$  broj slojeva gume,  $Q_d$  karakterističnu čvrstoću,  $K_u$  elastičnu krutost, a  $K_{eff}$  efektivnu krutost LRB-a. Jednako tako, parametar  $D_c$  je dijamaetar armiranobetonskih stupova koji su posljedica projektne optimizacije koja koristi genetske algoritme. Osim spomenutih parametara LRB-a, debljina gornjih i donjih čeličnih ploča iznosi 8 mm, a debljina čeličnih ploča između slojeva gume 3 mm.

Histerezni model koji se koristi za LRB-ove prikazan je na slici 3., a odgovarajući detalji prikazani su u tablici 2.

Na slici 2. prikazana je metodologija koja se primjenjuje za nelinearno modeliranje mosta u programu OpenSee. Slika 2. prikazuje da se prednapeta ploča modelira primjenom elemenata elastičnog stupa grede uslijed učinka koji ima početna tlačna sila u sprječavanju pucanja pri savijanju te uslijed nelinearnih ponašanja ploče. Trodimenzionalni oslonci na mjestima gdje su upornjaci nastoje nanijeti torzijske učinke na ploču i momente savijanja vanjske ravnine stupova. Kako bi se modelirali ti učinci, dimenzija ploče na rubu njenog kraja modelira se uz pomoć krute grede-stupa koja je oslonjena na oprugu koja odražava djelovanje neoprenskih ploča i pilota. Kruti se elementi

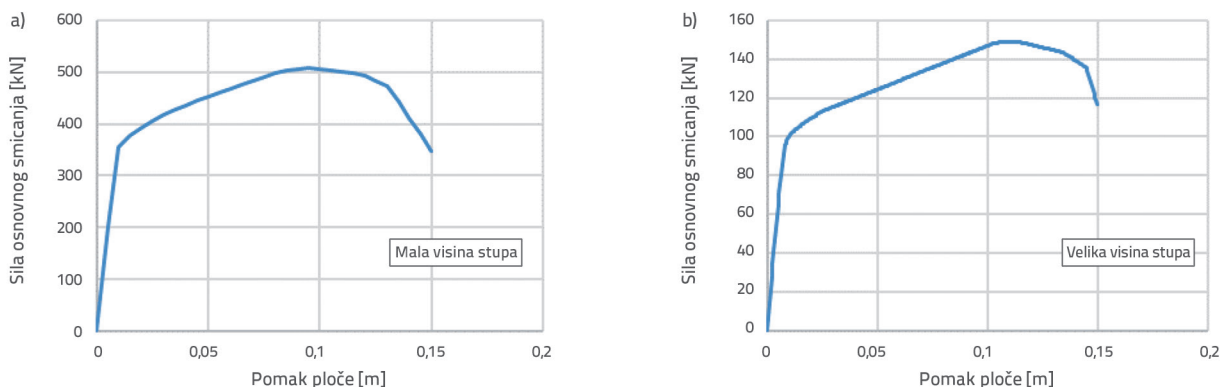
jednako tako koriste kako bi modelirali dimenzije ležajnih greda mosta i njihov učinak na smanjenje deformabilnih duljina ploče i stupova.



Slika 3. Histerezni model koji se koristi za elastomerne ležajeve s olovnom jezgrom (LRB-ove)

Nelinearni dijelovi modela uključuju stupove i LRB izolatore koji se koriste na ležajnim gredama mosta i ispod ploče. U modeliranju nelinearnih stupova koriste se elementi grede-stupa koji se temelje na pomaku vlakana. Stvaranje pomaka koje se primjenjuje u ovim elementima izaziva gubitak točnosti zbog pretpostavljene linearne raspodjele zakrivljenosti duž duljine elementa. Kako bi se prevladao ovaj nedostatak, stupovi se isprepleću u pet segmenata kako bi postigli proizvoljnu raspodjelu zakrivljenosti duž elementa. Oslonci koji se koriste u modeliranju LRB-ova odražavaju ponašanja LRB-ova u horizontalnom smjeru te zanemaruju osne deformacije koje su posljedica gravitacijskih opterećenja.

Rezultati analize postupnog guranja konstrukcije u longitudinalnom smjeru mosta u slučaju dviju visina stupa prikazani su na slici 4. Kontrolna točka za analizu postupnog guranja konstrukcije jednaka je 15 cm te sprječava utjecaje u longitudinalnom smjeru koji su nanešeni na optimizirane djelomično izolirane mostove.



Slika 4. Dijagram koji pokazuje metodu postupnog guranja u slučaju djelomično izoliranih mostova: a) mala visina stupa (kratki stup); b) velika visina stupa (dugi stup)

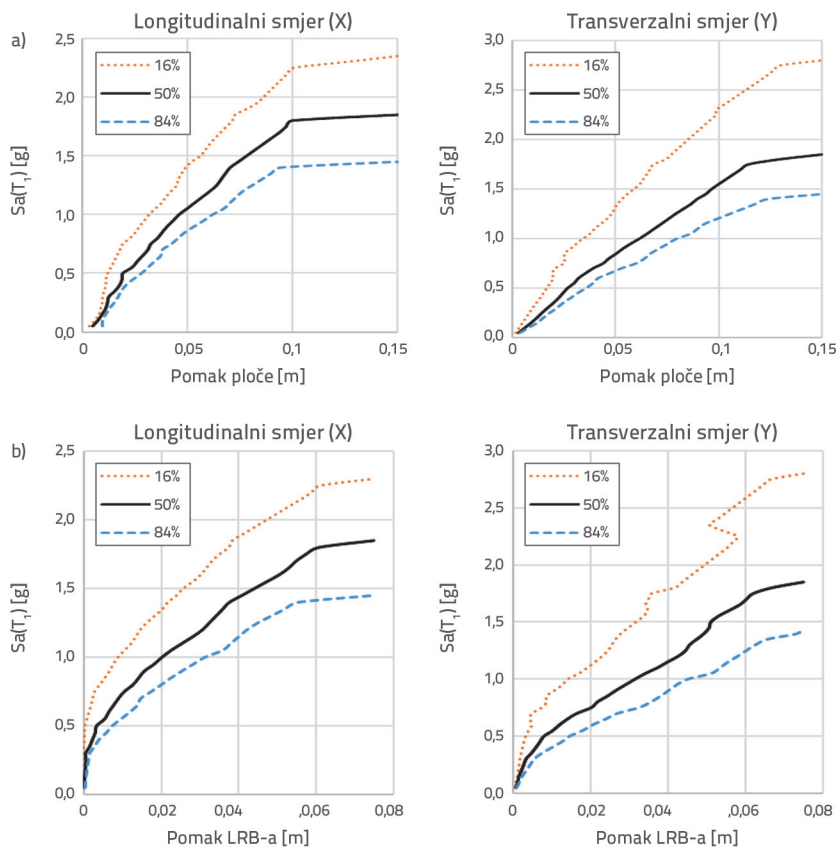
### 4. Rezultati inkrementalne dinamičke analize (IDA)

Inkrementalne dinamičke analize se izvode uzimajući u obzir pomak rasponskog sklopa i deformacije posmika LRB-ova kao dva neovisna EDP-a. Vrijednosti tih EDP-ova u dva longitudinalna i transverzalna smjera također se zasebno istražuju kako bi se spriječila sporne metode koje se primjenjuju za uočavanje urušavanja u slučaju trodimenzionalnog odziva. Spektralno ubrzanje s prigušenjem od 5 % u prvom vibracijskom modu,  $S_a(T_1)$ , odabire se kao IM, a 44 dalekosežna zapisa [24] koje preporučuje Savezna agencija za upravljanje u hitnim slučajevima (FEMA) P695 [9] koristi se kako bi se primijenila IDA-e na proučavane mostove. Dinamičke analize provode se jednoosno u jednom od dva horizontalna smjera, pritom zanemarujući odziv mosta u drugom smjeru.

Tri se kriterija uzimaju u obzir u isto vrijeme kako bi se uhvatilo urušavanje koje signalizira prekid IM skaliranja. Prvi kriterij objašnjava umanjene krutosti krivulje koja prikazuje IM-EDP kao znak opće nestabilnosti te ju kvantificira određenjem granične vrijednosti nagiba koja iznosi 20 % inicijalne vrijednosti kao što preporučuje FEMA P695 [24]. Drugi kriterij temelji se na granicama pomaka kojeg određuje projektna norma i detalji izgradnje. U odnosu na detalje izgradnje, pomak rasponskog sklopa ne bi trebao biti veći od 15 cm koliko iznosi udaljenost između plohe za smicanje i kraja nosača kako bi spriječio oštećenje nosivog sustava te urušavanje kao posljedicu toga. Drugu granicu pomaka postavio je dopušteni pomak u iznosu od 7,5 cm

koji se propisuje za LRB izolatore. Treći je kriterij singularitet matrice krutosti zbog širenja plastičnosti kroz konstrukciju što rezultira smanjenjem krutosti. Numerički gledano, uočavanje ovog kriterija proizlazi iz odstupanja od analize nakon što su se temeljito spriječili svi drugi uzroci nekonvergenije.

U slučaju konfiguracija kratkog stupa postotne IDA krivulje dobivaju se primjenom Hunt-Fillovog algoritma [2] te uzimanjem u obzir raznih smjerova i EDP-ova, a što prikazuje slika 5. U slučaju mostova s dugim stupom, dobivaju se jedino



Slika 5. IDA krivulje koje prikazuju inkrementalnu dinamičku analizu mosta s kratkim stupom u dva horizontalna smjera uzimajući u obzir različite parametre inženjerske potražnje (EDP-ove): a) pomak ploče; b) pomak LRB-ova

Tablica 3. Dinamička svojstva razmatranih mostova

Parametri	Most s kratkim stupom			Most s dugim stupom		
	Mod 1	Mod 3	Mod 5	Mod 1	Mod 11	Mod 12
Vrsta moda	Longitudinalan	Longitudinalan	Longitudinalan	Longitudinalan	Longitudinalan	Longitudinalan
Period moda [s]	0,965	0,564	0,513	0,965	0,363	0,275
Omjer modalne participacije i mase	0,733	0,042	0,213	0,648	0,292	0,001
Faktor modalne participacije (tonf,m)	10,96	5,91	1,24	10,8	6,58	1,06
Modalna masa [N]	4705964	3492727	4081829	4478078	3463581	3856047

postotne IDA krivulje u longitudinalnom smjeru uzimanjem u obzir pomaka ploče dok se EDP-ovi izdvajaju; kratkoće radi, ostatak krivulja se izostavlja. Slika 6. prikazuje te krivulje.

S obzirom na to da se konfiguracija s kratkim stupom uglavnom urušava zbog kršenja maksimalne vrijednosti pomaka rasponskog sklopa, urušavanje konfiguracije s dugim stupom povremeno se određuje prema kriteriju opće nestabilnosti i odgovarajuće granice nagiba. Usporedbom srednjih rezultata dvaju horizontalnih smjerova pronalaze se slični kapaciteti urušavanja. Međutim, vrijednosti disperzije na koje upućuju razlike između postotnih krivulja pokazuju veću vrijednost u transverzalnog smjeru. To veće raspršivanje podataka posljedica je karakteristika mosta u transverzalnog smjeru te može negativno utjecati na pouzdanost mosta u tom smjeru.

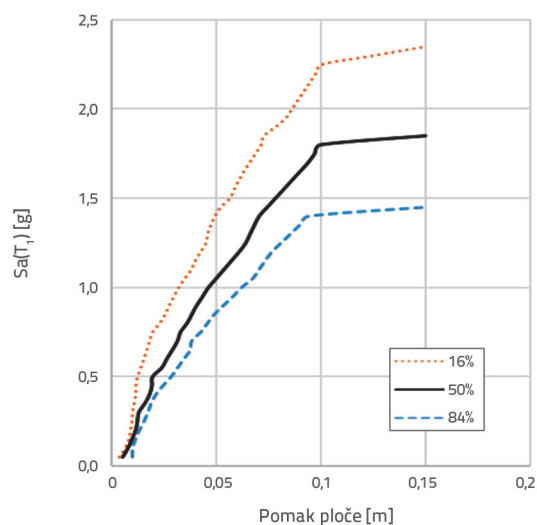
Kako je cilj ovog istraživanja ponuditi jednostavnu metodu za određivanje IDA krivulja u slučaju proučavanih mostova, znanstvenici su pokušali biti usredotočeni i svrhoviti u tom smislu. Iz tog se razloga istraživanje provelo micanjem vrijednosti koje odskaču, a koje nisu bile značajne za predmet ovog istraživanja. Most odabran za ovo istraživanje glavni je most koji je naširoko istražen; u ovom istraživanju ispitali smo taj most s izolacijom. Štoviše, iskoristili smo seizmičke zapise koje predlaže FEMA. Pokušali smo ukloniti sve izvore nesigurnosti kako bismo se usredotočili na jednostavnu metodu s ciljem stvaranje IDA krivulja te kako ovaj rad ne bi prelazio okvire predmeta istraživanja. Naravno, taj pristup ipak se može proširiti u budućem radu.

Usporedba rezultata koji se tiču različitih visina stupova pokazuje da srednje vrijednosti  $S_a$  pri kojima se urušavaju mostovi s kratkim stupom su 1,9 g, odnosno medijan minus jedna standardna devijacija od 1,5 g u slučaju mostova s dugim stupom. To pokazuje smanjenje kapaciteta urušavanja od približno 20 % zbog povećane visine stupa. Ipak, taj parametar ne utječe na raspršenost promatranih IDA krivulja.

Kao što je prikazano na slikama 5. i 6., kritični je smjer za određivanje IDA-a longitudinalni smjer djelomično izoliranih mostova zbog nižih vrijednosti spektralnog ubrzanja urušavanja. Zato se u ovom istraživanju koristi longitudinalni smjer mosta kako bi se izračunale MIDA krivulje.

Dinamička svojstva djelomično izoliranih mostova koja su se ovdje proučavala sažeta su u tablici 3. Preko 98 % efektivne modalne mase aktivira se kod mosta s kratkim stupom kao što

se može vidjeti u tablici 3. Taj broj iznosi 94 % kod mosta s dugim stupom.



Slika 6. IDA krivulje koje su dobivene u slučaju mosta s dugim stupom u longitudinalnom smjeru i to uzimanjem u obzir pomak ploče kao EDP-a

## 5. Rezultati MIDA-e

Prema opisima prikazanim u poglavlju 2., MIDA uključuje vođenje modalnih karakteristika konstrukcije i stvaranje EMSDF sustava kao što su opisani u sljedećem odjeljku. Nakon što se stvori EMSDF sustav, IDA-e se izvode, a izvlači se srednja IDA krivulja svakog EMSDF sustava. Srednje IDA-e raznih EMSDF sustava kombiniraju se kako bi se postigla srednja IDA MDF sustava mosta. U sljedećim odjeljcima prikazani su detalji tog postupka.

### 5.1. Ekvivalentni modalni sustavi s jednim stupnjem slobode (EMSDF)

Odabiru se tri glavna vibracijska moda uzdužnog odziva mosta. Torzijski i transverzalni modovi se zanemaruju zato što se ovo istraživanje usredotočuje na seizmički odziv izoliranih mostova u njihovom longitudinalnom smjeru. Prethodni znanstvenici poput Chopre i Goela [10] također su se usredotočivali na modove longitudinalnog odziva građevinskih konstrukcija. Broj odabranih modova za stvaranje EMSDF sustava ovisi o

modalnim karakteristikama konstrukcije koja se analizira. Zbog male visine mosta i prevladavanja nižih modova, tri se moda uzimaju u obzir kao prikladna za istraživanje. Nakon odabira oblika modova, oni se koriste kako bi se odredila lateralna opterećenja pod kojima se izvode analize statičke metode postupnoga guranja na mostu.

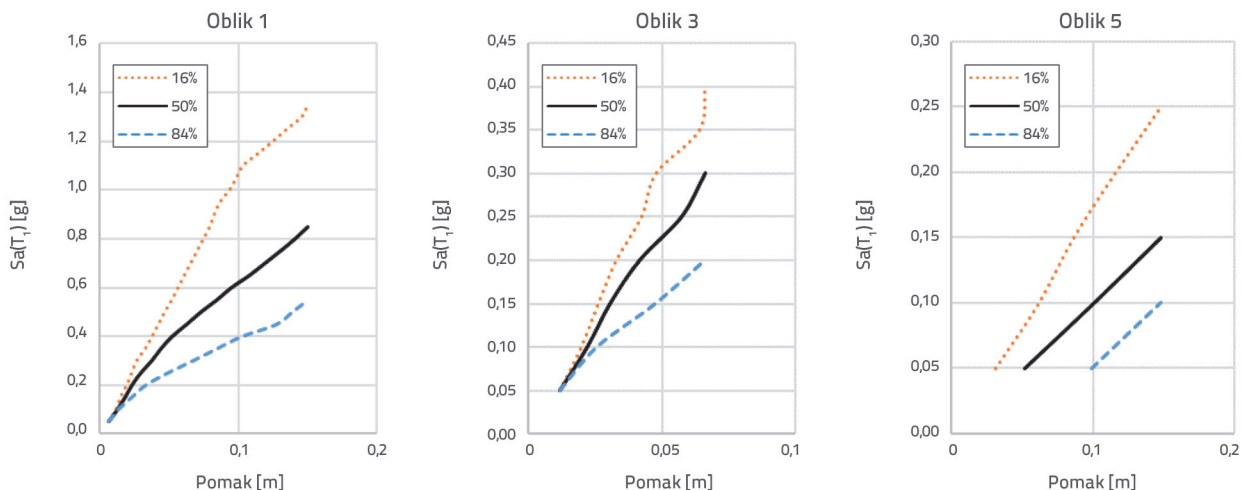
### 5.2. EMSDF IDA-e

Svaki ekvivalentni modalni sustav s jednim stupnjem slobode (EMSDF sustav) prolazi IDA postupak koristeći glavne sastavnice zapisa koji prikazuje gibanje tla, a koji su se prethodno koristili za izvedbu IDA-a na mostu. Kako bi se provele IDA-e, faza urušavanja uočava se primjenom kriterija opisanih u prethodnom poglavlju. Slika 7. prikazuje srednje i druge postotne IDA krivulje triju EMSDF sustava nastalih na mostu s kratkim stupom. Slika 8. prikazuje postotne IDA krivulje dobivene za EMSDF sustave koji predstavljaju most s dugim stupom. Što se tiče rezultata dobivenih Eigen analizom, modovi 1, 3 i 5 prvi su longitudinalni modovi mosta s kratkim stupom te se odabiru za MIDA proces. U slučaju konfiguracije mosta s dugim stupom, torzijski i transverzalni

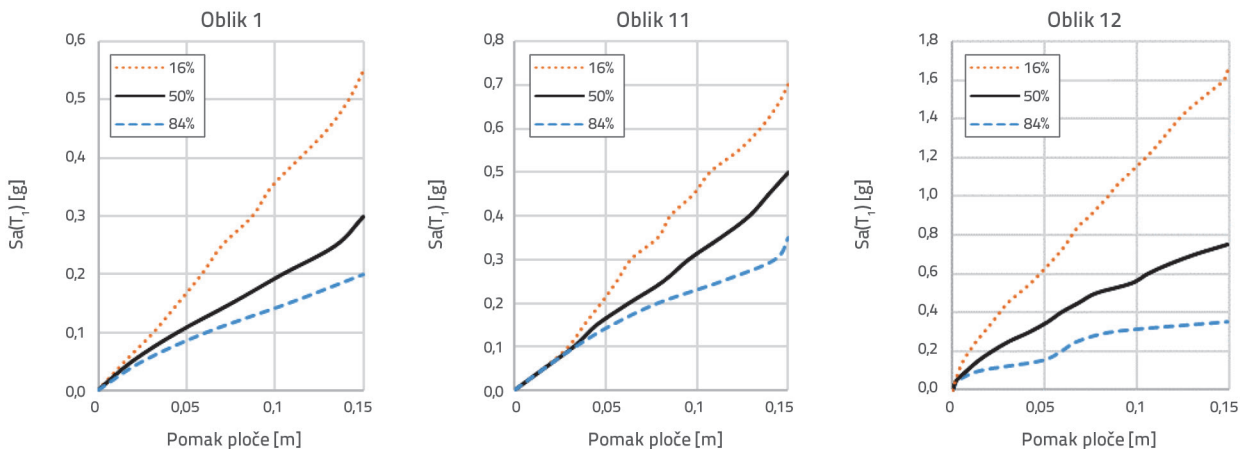
modovi tvore modove 2 do 10 na popisu, dok se modovi 1, 11 i 12 odabiru kako bi predstavili longitudinalno ponašanje.

### 5.3. Kombiniranje EMSDF IDA-a

Kako bi nastale MIDA krivulje, kombiniraju se srednje IDA krivulje dobivene za različite modove. U tu svrhu primjenjuju se dvije metode kombiniranja. Prvi pristup prati metodu koju koristi MPA [18] te kombinira modalne rezultate primjenom SRSS metode. Drugi pristup koristi algebarski zbroj koji se temelji na karakteristikama modalnog odziva, kao što je prikazano u poglavlju 3. Pristup koji se temelji na EDP-u primjenjuje se kako bi numerički kombinirao srednju IDA krivulju dobivenu iz EMSDF sustava. U tom pristupu uzimaju se u obzir stalne vrijednosti pomaka rasponske konstrukcije koje variraju od 0 do maksimalnog pomaka u intervalima od 0,01 m (prikazano točkicama radi boljeg prikaza). Interpolacijom vrijednosti na raznim MIDA krivuljama tada se izvlače IM vrijednosti koje odgovaraju nastalom EDP vrijednostima. Izvučene IM vrijednosti tada se kombiniraju primjenom neke od opisanih metoda kombiniranja. Svaka se kombinirana IM vrijednost skicira

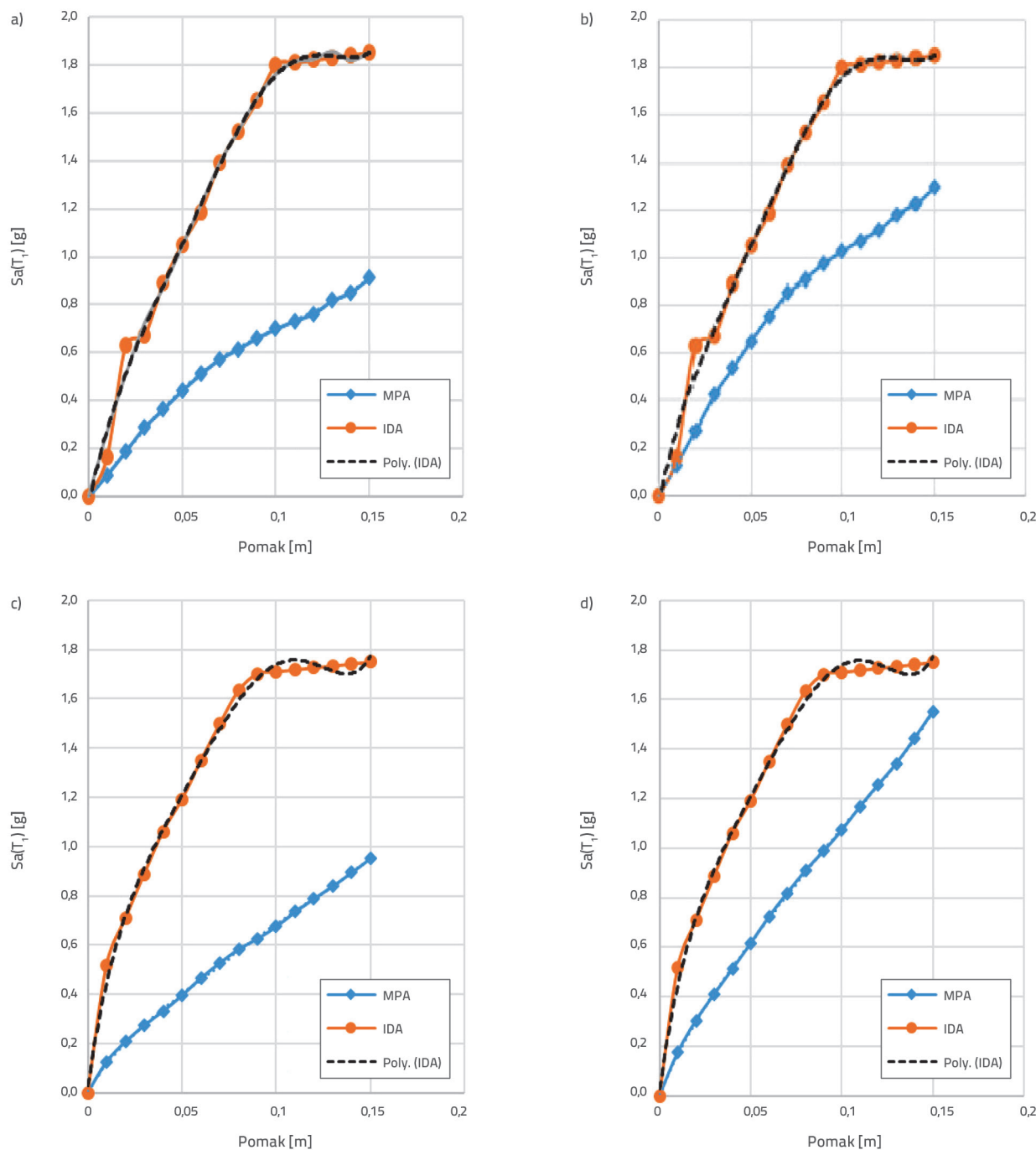


Slika 7. Postotne IDA krivulje ekvivalentnog modalnog sustava s jednim stupnjem slobode (EMSDF) koji predstavlja most s kratkim stupom



Slika 8. Postotne IDA krivulje ekvivalentnog modalnog sustava s jednim stupnjem slobode (EMSDF) koji predstavlja most s dugim stupom





Slika 9. Usporedba izvorne IDA krivulje, IDA krivulje koja prikazuje procijenjenu vrijednost i modificirane IDA krivulje (MIDA-e) u slučaju: a) mosta s kratkim stupom, kombinacija kvadratnog korijena zbroja kvadrata (SRSS); b) mosta s kratkim stupom, algebarski zbroj; c) mosta s dugim stupom, kombinacija SRSS; d) mosta s dugim stupom, algebarski zbroj

nasuprot odgovarajuće EDP vrijednosti kako bi stvorila točku na kombiniranoj IDA krivulji. IM vrijednosti, čije se vrijednosti procjenjuju primjenom točne IDA krivulje MDF modela (koja se zove razdijeljena IDA krivulja), prikazuje slika 9. Kombinirane MIDA krivulje koje su dobivene primjenom različitih metoda kombiniranja također su prikazane na toj slici za svaki od dvaju mostova.

Na slici 9. plave su linije krivulje koje su određene u MIDA-i primjenom dvaju postupaka (algebarski zbroj i SRSS kombinacija). Narančaste su linije srednje izvučene IDA krivulje koje određuje analiza. Isprekidane crne linije (koje se zovu "Poly.(IDA)") također se odnose na regresije koje su prikazane izrazima (4) i (5) te tablicama 4. i 5. Regresijska analiza izvodi se kako bi formulirala odnos između kombiniranih MIDA

**Tablica 4. Regresijski koeficijenti dobiveni za računanje faktora skaliranja pri raznim vrijednostima parametra inženjerskih potreba (EDP vrijednostima) krivulja inkrementalne dinamičke analize (IDA krivulja) kombinirali su metodu kvadratnog korijena zbroja kvadrata (SRSS metoda)**

$C_{16}$	$C_{15}$	$C_{14}$	$C_{13}$	$C_{12}$	$C_{11}$	$C_6$	$C_5$	$C_4$	$C_3$	$C_2$	$C_1$	Razmatrani most
0,0014	9,273	35,581	1170,5	7060	11863	0,0349	37,302	680,98	10973	82654	216256	S kratkim stupom
-0,0051	12,757	-181,96	-2376,2	-15254	-37302	-0,0314	51,786	1163,9	17495	126167	329084	S dugim stupom

**Tablica 5. Regresijski koeficijenti dobiveni za računanje faktora skale pri raznim EDP vrijednostima IDA krivulja kombiniranih algebarskim zbrojem**

$C_{16}$	$C_{15}$	$C_{14}$	$C_{13}$	$C_{12}$	$C_{11}$	$C_6$	$C_5$	$C_4$	$C_3$	$C_2$	$C_1$	Razmatrani most
0,0008	12,993	80,732	2127,8	12777	23066	0,0349	37,302	680,98	10973	82654	216256	S kratkim stupom
-0,0044	18,062	-212,73	-2723,9	-17801	-45381	-0,0314	51,786	1163,9	17495	126167	329084	S dugim stupom

krivulja i točnih IDA krivulja koje su nastale u prethodnom odjeljku. U tu svrhu faktor skaliranja (SF) određuje se pri zadanom EDP-u dijeljenjem točne IM vrijednosti s modalnom vrijednosti, izraz (4).

$$S_{a-MDF} = SF \cdot S_{a-EMSDF} \quad (4)$$

Odnos između računalnih SF i EDP vrijednosti tada se izražava primjenom regresijske jednadžbe u obliku izraza (5). U toj jednadžbi x je EDP vrijednost, c1 do c6 regresijski su koeficijenti na brojniku, a c11 do c16 koeficijenti su na nazivniku.

$$SF = \frac{(c_1 x^5 - c_2 x^4 + c_3 x^3 - c_4 x^2 + c_5 x - c_6)}{(-c_{11} x^5 + c_{12} x^4 - c_{13} x^3 + c_{14} x^2 + c_{15} x - c_{16})} \quad (5)$$

U tablici 4. prikazane su vrijednosti regresijskih koeficijenata dobivenih za dva mosta s kratkim stupom te s dugim stupom i to za MIDA-u dobivenu SRSS metodom. Regresijski koeficijenti koji su dobiveni primjenom IDA kombiniranih algebarskim zbrojem prikazani su u tablici 5.

#### 5.4. Inovativna multisegmentna metoda kombiniranja EMSDF IDA krivulja

Zbog toga što EMSDF sustavi ne odražavaju modove ponašanja, IDA krivulje dobivene primjenom tih sustava ne predstavljaju određene karakteristike točnih IDA krivulja dobivenih primjenom MDF modela. Aspekti ponašanja koji nedostaju u EMSDF sustavima uključuju p-delta sile drugog reda (nisu uključene zbog toga što ti sustavi nemaju dimenzije) i nepoznavanje rotacijskih stupnjeva slobode. Štoviše, odabrani EMSDF sustavi ne uključuju sve vibracijske modove potpunog MDF sustava. Zanemarivanje EMSDF sustava koji odgovara većim modovima zato je drugi uzrok razlika između preciznih i MIDA krivulja. Ipak, treba naglasiti da se uzimaju u obzir samo prva tri strukturna

vibracijska moda. U projektiranju mosta obično se uzima u obzir više od 20 strukturnih vibracijskih modova u longitudinalnim i transverzalnim smjerovima.

Na temelju izraza (3), sila potresa može se uzeti u obzir kao kombinacija modalnih sila  $p_{j,eff}$  u svakom trenutku. Kako bi se dobio odziv MDF konstrukcije na djelovanje potresa, njegov odziv pod djelovanjem raznih modalnih sila može se izračunati i linearno kombinirati uz uvjet da se sustav ponaša linearno. Modalni odzivi ne mogu se linearno kombinirati za nelinearne sustave, a prikladne nelinearne jednadžbe potrebne su kako bi se postigao potpuni odziv sustava. Ključ je u tome da se te jednadžbe izvode tako da se granični kapacitet sustava može precizno predvidjeti uz pomoć kombinacije modalnih odziva. Prema izrazu (3), efektivna modalna sila vremenski je promjenjiva skala modalnog vektora  $s_j$ . Zato, analiza konstrukcije u punom rasponu faktora skale, počevši od linearnog odziva pa sve do totalnog urušavanja, može pomoći u predviđanju nelinearnog dinamičkog modalnog odziva.

Kako bi se upozorilo na te nedostatke primjenom empirijske metode, predlaže se alternativna metoda za procjenu precizne IDA krivulje primjenom modalnih krivulja. Taj inovativni pristup predstavlja jednostavnu i učinkovitu metodu dobivanja precizne IDA krivulje na temelju rezultata koji su se izračunali MIDA metodom u ovom istraživanju. Numeričkim pregledom rezultata istraživanja vrijednosti su navedene u tablici 6. te se predlažu za mostove koji se razmatraju u ovom istraživanju.

Štoviše, preslikavanje točka na točku između modalnih i preciznih IDA krivulja modificira se prema dvama područjima, kao što je objašnjeno u nastavku:

1. inicijalno područje koje počinje s  $\delta = 0$  u kojem su spektralne vrijednosti pojačane vrijednostima navedenim u tablici 6. te koje završava točkom s nagibom navedenim u tablici 6.
2. plato urušavanja koji počinje od točke s nagibom spomenutim u tablici 5. te koji nastavlja prema beskonačnosti bez nagiba.

U inicijalnom području vrijednosti koeficijenta za SRSS metodu prikazane su u tablici 6., a za metodu elgebarskog zbroja na slici 10. Kraj ovog područja označava se točkom  $\delta = \delta_u$ ; to je točka na kojoj IDA krivulja odstupa od inicijalne krivulje.

Tablica 6. Vrijednosti faktora skaliranja u prvom području ( $SF_h$ ) i nagib

Visina stupa	$SF_h$		Nagib
	SRSS kombinacija	Algebarski zbroj	
Kratki stup	2,50	1,60	0,35
Dugi stup	2,85	2,00	0,45

U inicijalnom području konstanta  $SF_h$  se koristi za procjenu precizne IDA krivulje skaliranjem IM vrijednosti kombiniranih modalnih krivulja. Vrijednost  $SF_h$  ovisi o visinama stupova i metodi kombiniranja odziva koja se koristi prema tablici 6. Kako bi se odredila vrijednost  $\delta_u$  pri kojoj počinje plato urušavanja, umekšavanje modalne IM-EDP krivulje se razmatra uspostavljanjem vrijednosti nagiba. Vrijednost nagiba može se dobiti usporedbom između kombiniranih modalnih IM-EDP krivulja i platoa urušavanja preciznih IDA krivulja. Zato se predlažu vrijednosti nagiba jednake 0,35 inicijalnog nagiba za mostove s kratkim stupovima, odnosno 0,45 inicijalnog nagiba za mostove s dugim stupovima.

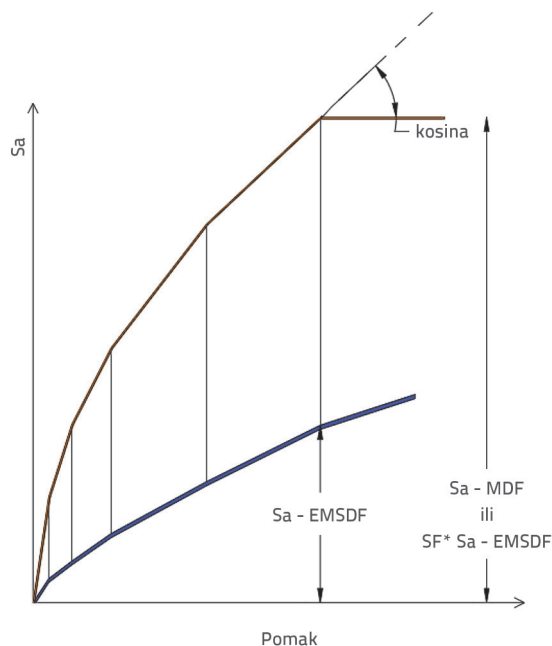
$$S_{a-MDF} = SF_h \cdot S_{a-EMSDf} \quad (6)$$

Približne MIDA krivulje postavljaju se na precizne IDA krivulje osobito kada se primjenjuju metode u podpoglavljima 5.3 i 5.4 ovog rada.

Kako bi se provelo ovo istraživanje, bilo je potrebno izvesti preciznu IDA-u. Međutim, na temelju brojeva prikazanih u tablici 6., nije potrebno izvesti preciznu IDA krivulju za mostove slične važnim djelomično izoliranim optimiziranim mostovima koji su razmatrani u ovom istraživanju jer se rezultati mogu odrediti na temelju vrijednosti navedenih u tablici 6.

## LITERATURA

- [1] LRFD Seismic Analysis and Design of Bridges (Reference Manual), Publication No. FHWA-NHI-15-004, U.S. Department of Transportation, (2014)
- [2] Vamvatsikos, D., Cornell, C.A.: Incremental dynamic analysis." Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 31 (2002) 3, pp. 491-514.
- [3] Zhang, J., Huo, Y.: Optimum isolation for highway bridges using fragility function method, The 14<sup>th</sup> world Conference on Earthquake Engineering (14WCEE), October 12-17, 2008, Beijing, China.
- [4] Rahman Bhuiyan, A., Shahria Alam, M.: Seismic Fragility Assessment of a Multi-Span Continuous Highway Bridge Isolated by Shape Memory Alloy Restrainer and Lead Rubber Bearing, The 15<sup>th</sup> world Conference on Earthquake Engineering (15WCEE), (2012), Lisboa, Portugal.
- [5] Yön, B., Öncü, M.E., Calayır, Y.: Effects of seismic zones and site conditions on response of RC buildings. Građevinar, 67 (2015) 6
- [6] Jamie, E., Padgett, J.E., DesRoches, R.: Methodology for the development of analytical fragility curves for retrofitted bridges, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 37 (2008) 8, pp. 1157-1184.
- [7] Han, S., Chopra, A.K.: Approximate incremental dynamic analysis using the modal pushover analysis procedure." Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 35 (2006), pp. 1853-1873.
- [8] Dolšek, M., Fajfar, P.: Simplified nonlinear seismic analysis of infilled reinforced concrete frames, Earthquake Engineering and Structural Dynamics., 34 (2005) 1, pp. 49-66.



Slika 10. Inovativna multisegmentna metoda kombiniranja IDA krivulja

## 6. Zaključak

U ovom istraživanju početno se provela procjena seizmičke izvedbe djelomično izoliranih AB mostova integriranjem postupka precizne IDA krivulje. MIDA je provedena kako bi se ustanovila učinkovita jednostavna metoda koja će objasniti nesigurnosti vezane uz gibanje tla s nižim troškovima analize te kako bi se približila sredina IDA krivulje MDF konstrukcijama. Dvije metode kombiniranja (SRSS i algebarsko zbrajanje) mogu jedino približiti MDF IDA krivulji prije platoa urušavanja. Kako bi se predvidio plato urušavanja, predložena je inovativna multisegmentna metoda kombiniranja za precizno približavanje IDA-i u slučaju djelomično izoliranog mosta prema njegovom punom rasponu odziva.

- [9] Vamvatsikos, D., Cornell, C.A.: Direct estimation of the seismic demand and capacity of multi-degree-of-freedom systems through incremental dynamic analysis of single degree of freedom approximation, *Journal of Structural Engineering*, 131 (2005) 4, pp. 589-599.
- [10] Chopra, A.K., Goel, R.K.: A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 31 (2002), pp. 561-582.
- [11] Fragiadakis, M., Vamvatsikos, D.: Approximate seismic performance uncertainty estimation using static pushover methods, *The 14<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering* October 12-17, 2008, Beijing, China.
- [12] Han, S. W., Lee, T. S.: Approximate incremental dynamic analysis using modal pushover, *7<sup>th</sup> International Conference on Urban Earthquake Engineering (7CUEE) & 5<sup>th</sup> International Conference on Earthquake Engineering (5ICEE)* March 3-5, 2010, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, Japan.
- [13] Zarfam, P., Mofid, M.: On the modal incremental dynamic analysis of reinforced concrete structures, using a trilinear idealization model, *Journal of Engineering Structures*, 33 (2011) 4, pp. 1117-1122.
- [14] Mofid, M., Zarfam, P., Raiesi Fard, B.: On the modal incremental dynamic analysis, *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 14 (2005) 4, pp. 315-329
- [15] Li, H.N., Qu, C., Huo, L.S., Nagarajaiah, S.: Equivalent bilinear elastic single degree of freedom system of multi-degree of freedom structure with negative stiffness, *Journal of Sound and Vibration*, 365 (2016), pp. 1-14.
- [16] Jalilkhani, M., Manafpour, A.R.: A Simplified Modal Pushover Analysis-based Method for Incremental Dynamic Analysis of Regular RC Moment-resisting Frames. *International Journal of Engineering, TRANSACTIONS B: Applications*, 31 (2018) 2, pp. 196-203.
- [17] Bojórquez, E., Bojórquez, J., Ruiz, S.E., Reyes-Salazar, A., Velázquez-Dimas, J.: Response transformation factors for deterministic-based and reliability-based seismic design, *Structural Engineering and Mechanics*, 46 (2013) 6.
- [18] Chomchuen, P., Boonyapinyo, V.: Incremental dynamic analysis with multi-modes for seismic performance evaluation of RC bridges, *Engineering Structures*, 132 (2017), pp. 29-43
- [19] Ganjehei, H.: Seismic design optimization of Isolated RC deck road bridges based on Genetic Algorithm using Monte Carlo Simulation and MIDA, Ph.D. Thesis, Department of civil engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran, 2021.
- [20] Hwang, H., Jernigan, J.B., Lin, Y.W.: Evaluation of seismic damage to Memphis bridges and highway systems, *Journal of Bridge Engineering*, 5 (2000) 4, pp. 322-330.
- [21] Bryant, G.N.: Analytical Fragility Curves for Highway Bridges in Moderate Seismic Zones, Georgia Institute of Technology, 2005.
- [22] AASHTO, LRFD Bridge design specifications: American Association of State Highway and Transportation Officials: Washington, D.C., 1998
- [23] ACI, Building code requirements for structural concrete, in ACI 318-14, 2014, American Concrete Institute.
- [24] FEMA P695: Quantification of Building Seismic Performance Factors, Federal Emergency Management Agency, June 2009.